

PI-Funnel Control mit Anti-Windup

Christoph Hackl

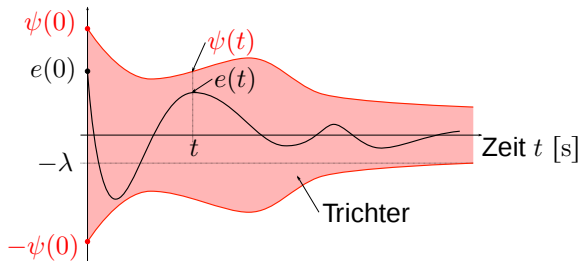
Technische Universität München
Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik

GAMM 2013, Magdeburg
26. September 2013

Gliederung

- 1 PI-Funnel Control
- 2 PI-Funnel Control mit Anti-Windup
- 3 Zusammenfassung und Ausblick

Funnel Control [Ilchmann u. a., 2002]



- Regelgesetz (für $y_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$ und $y_{\text{ref}}(\cdot), \dot{y}_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$)

$$u(t) = \underbrace{\frac{1}{\psi(t) - |e(t)|}}_{=: k(t)} e(t) \quad \text{mit} \quad e(t) = y_{\text{ref}}(t) - y(t)$$

- Vorgabe der 'transienten Genauigkeit' durch Trichterrand $\psi(\cdot)$, d.h.

$$\forall t \geq 0: \quad |e(t)| < \psi(t)$$

Zulässige Systemklasse

Strukturelle Kenntnis notwendig:

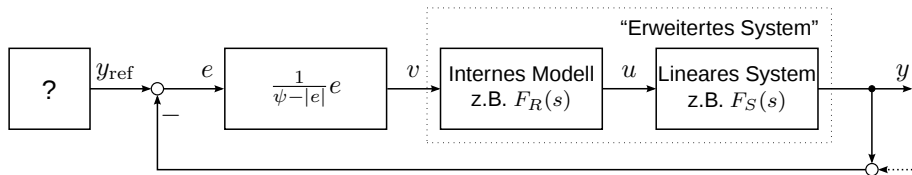
- Relativgrad eins (oder bekannter Relativgrad [Ilchmann u. a., 2007])
- BIBO stabile Nulldynamik (oder minimalphasig im linearen Fall)
- bekanntes Vorzeichen der instantanen Verstärkung

Beispiel (LTI SISO System in Byrnes-Isidori Form)

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & \mathbf{a}_2^\top \\ \mathbf{a}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \mathbf{0}_{n-1} \end{pmatrix} u(t) \quad , \quad \begin{pmatrix} y(0) \\ z(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ \mathbf{z}_0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

- $\gamma_0 \neq 0$
- $\text{spec}(\mathbf{A}_4) \in \mathbb{C}_{<0}$
- $\text{sign}(\gamma_0)$ bekannt

FC mit Internem Modell [Ilchmann und Ryan, 2006]

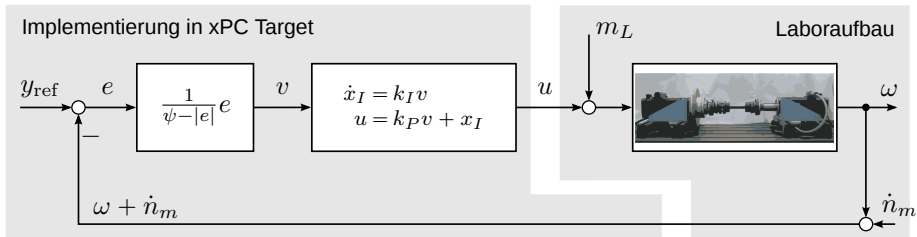


Beispiel ("Erweitertes System" im Frequenzbereich)

- PI-Regler: $F_R(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s}$, $k_P, k_I > 0$
- System: $F_S(s) = \frac{1+s}{s^2-s+1}$
- "Erweitertes System": $F_R(s)F_S(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} \cdot \frac{1+s}{s^2-s+1}$
- $\implies \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ für $y_{\text{ref}}(\cdot) = \text{konst.}$

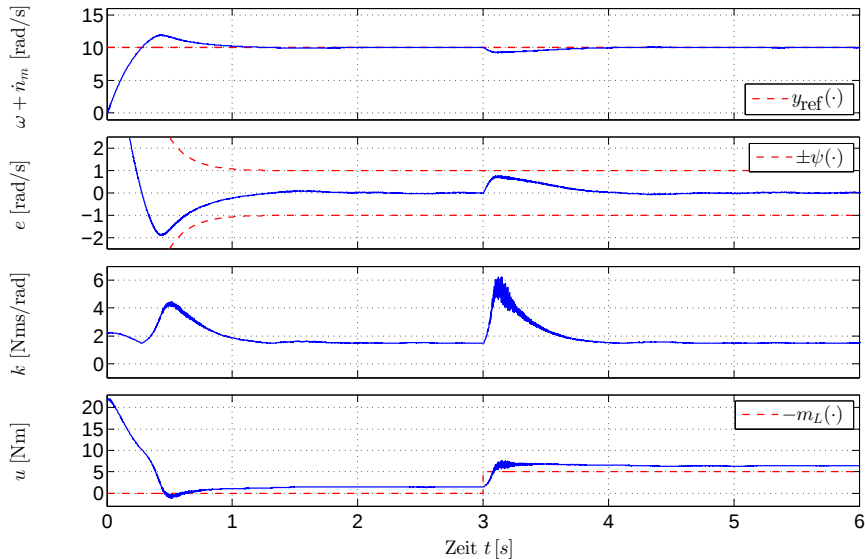
PI-Funnel Control für elektrische Antriebe

[Ilchmann und Schuster, 2009]

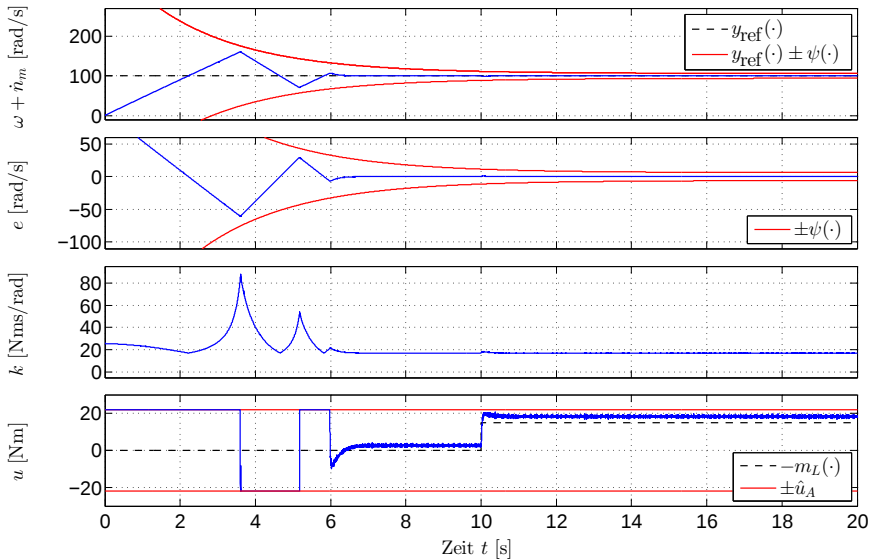


- Szenario 1: $y_{\text{ref}}(\cdot) = 10 \text{ [rad/s]}$
- Szenario 2: $y_{\text{ref}}(\cdot) = 100 \text{ [rad/s]}$

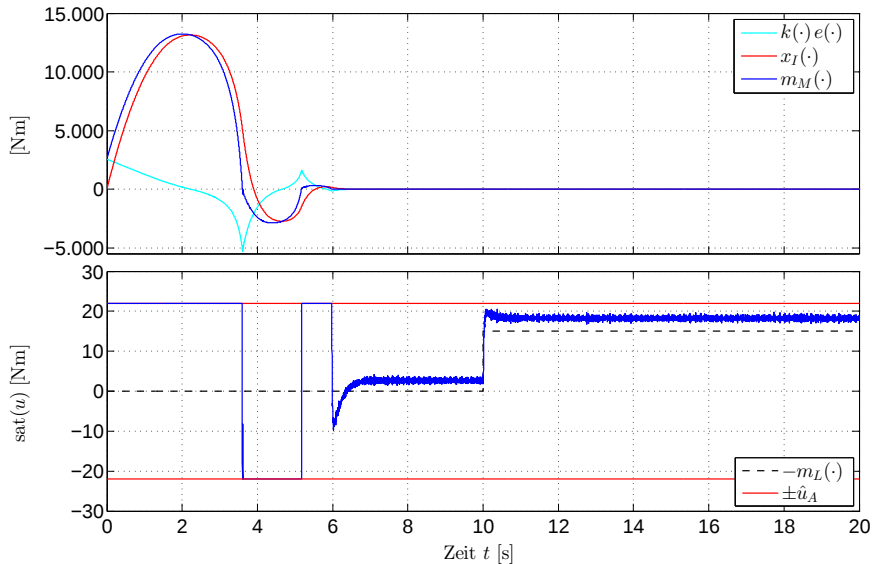
Messung für $y_{\text{ref}}(\cdot) = 10$: — PI-FC



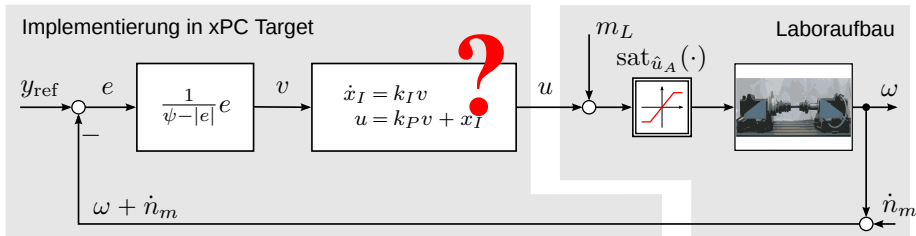
Messung für $y_{\text{ref}}(\cdot) = 100$: — PI-FC



Messung für $y_{\text{ref}}(\cdot) = 100$: Motormoment (Windup!)



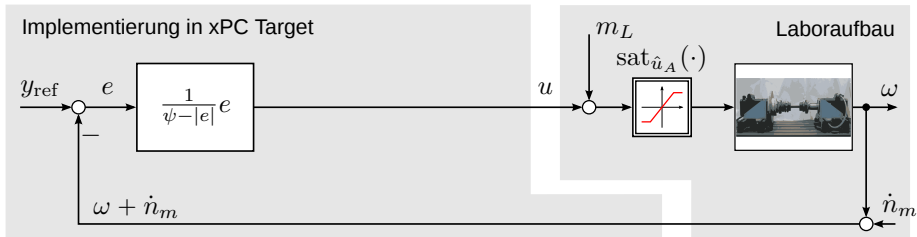
PI-Funnel Control mit Saturierung



- Transiente Genauigkeit gefährdet durch Windup, d.h.

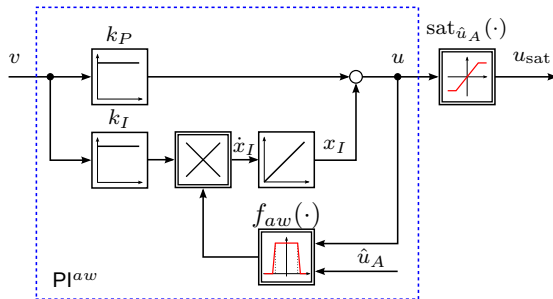
~~$$\forall t \geq 0: |e(t)| < \psi(t) \quad ?$$~~

Funnel Control mit Saturierung [Hopfe u. a., 2010]



- $\hat{u}_A \geq u_{\text{mach}} = u_{\text{mach}}(y_{\text{ref}}, \psi, \text{System}, \dots) \implies \forall t \geq 0: \psi(t) - |e(t)| \geq \varepsilon$
- $\varepsilon \leq \min \left\{ \frac{\lambda}{2}, \psi(0) - |e(0)|, \frac{\lambda}{2(\hat{u}_A + \|m_L\|_{\infty})} \right\}$
- u_{mach} konservativ (für Laboraufbau $u_{\text{mach}} \approx 63$ [Nm])

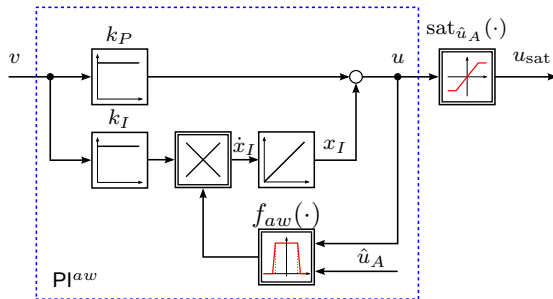
PI-Regler mit Anti-Windup (“conditional integration”)



Beispiel (Entscheidungsfunktion mit $0 < \Delta \ll \hat{u}_A$)

$$f_{aw} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad u \mapsto f_{aw}(u) := \begin{cases} 0, & u < -\hat{u}_A \text{ oder } u > \hat{u}_A \\ \frac{u + \hat{u}_A}{\Delta}, & -\hat{u}_A \leq u \leq -\hat{u}_A + \Delta \\ 1, & -\hat{u}_A + \Delta < u < \hat{u}_A - \Delta \\ \frac{-u + \hat{u}_A}{\Delta}, & \hat{u}_A - \Delta \leq u \leq \hat{u}_A \end{cases}$$

Systemtheoretische Interpretation

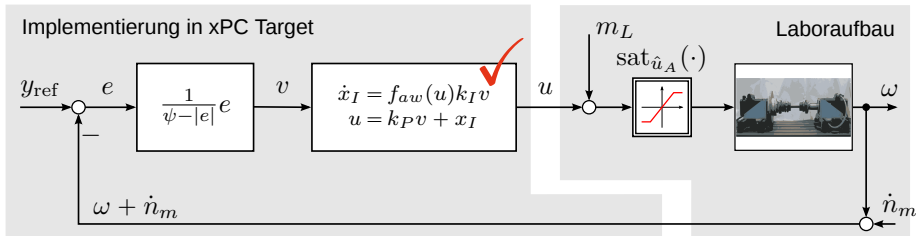


Lemma ([Hackl, 2013])

$$\forall v(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) \quad \implies \quad \forall t \geq 0: \quad |x_I(t)| \leq \max\{\hat{u}_A, x_I(0)\} =: x_I^{\max}$$

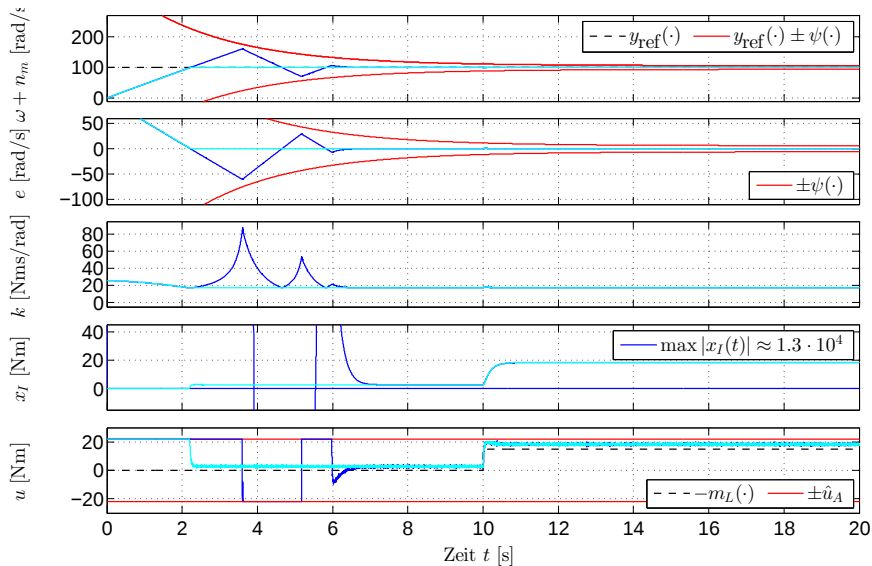
⇒ Anti-Windup: $x_I(\cdot)$ wirkt wie **beschränkte “Eingangsstörung”**

PI-Funnel Control mit Saturierung



- $\hat{u}_A \geq u_{\text{mach}} = u_{\text{mach}}(y_{\text{ref}}, \psi, \text{System}, \dots) \implies \forall t \geq 0: \psi(t) - |e(t)| \geq \varepsilon$
- $\varepsilon \leq \min \left\{ \frac{\lambda}{2}, \psi(0) - |e(0)|, \frac{k_P \lambda}{2(\hat{u}_A + x_I^{\text{max}} + \|m_L\|_{\infty})} \right\}$
- $u_{\text{mach}} \approx 63 \text{ [Nm]}$

Messung für $y_{\text{ref}}(\cdot) = 100$: — PI-FC, — PI^{aw}-FC



Zusammenfassung und Ausblick

- Windup auch für PI-Funnel Control bei Stellgrößenbeschränkung
- PI-Regler mit Anti-Windup (“Conditional Integration”)
 - Windup wird verhindert
 - Verbesserung der Regelperformance (kein “Sägezahnverhalten”)
 - Integrator wirkt wie “beschränkte Eingangsstörung”
- ⇒ PI-Funnel Control für Systeme mit Stellgrößenbeschränkung
- Erweiterung möglich
 - PI-Funnel Control für System mit Relativgrad zwei
 - Funnel Control mit Internem Modell
- Vergleich mit anderen Anti-Windup Strategien

Literaturverzeichnis

- [Hackl 2013] HACKL, Christoph M.: PI-Funnel control with Anti-windup and its application for speed control of electrical drives. In: *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*, 2013, S. xxxx–xxxx
- [Hopfe u. a. 2010] HOPFE, Norman ; ILCHMANN, Achim ; RYAN, Eugene P.: Funnel Control with Saturation: Nonlinear SISO Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 55 (2010), Nr. 9, S. 2177–2182
- [Ilchmann u. a. 2002] ILCHMANN, A. ; RYAN, E. P. ; SANGWIN, C. J.: Tracking with Prescribed Transient Behaviour. In: *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations* 7 (2002), S. 471–493
- [Ilchmann u. a. 2007] ILCHMANN, A. ; RYAN, E.P. ; TOWNSEND, P.: Tracking With Prescribed Transient Behaviour For Nonlinear Systems Of Known Relative Degree. In: *SIAM Journal on Control and Optimization* 46 (2007), Nr. 1, S. 210–230
- [Ilchmann und Ryan 2006] ILCHMANN, Achim ; RYAN, Eugene P.: Asymptotic Tracking With Prescribed Transient Behaviour For Linear Systems. In: *International Journal of Control* 79 (2006), Nr. 8, S. 910–917
- [Ilchmann und Schuster 2009] ILCHMANN, Achim ; SCHUSTER, Hans: PI-Funnel Control for Two Mass Systems. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 54 (2009), Nr. 4, S. 918–923