

'Funnel control' in der Robotik ?

Christoph Hackl



Technische Universität München
Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik



DLR Oberpfaffenhofen, Institut für Robotik und Mechatronik
10. Juli 2012

Gliederung

- 1 Problemstellung
- 2 Motivation für hochverstärkungsbasierte adaptive Positionsregler
- 3 'Funnel control' zur Positionsregelung von starren Drehgelenkrobotern
- 4 Beispiel
- 5 Zusammenfassung und offene Fragen

Positionsregelung von Industrierobotern



Kuka KR 150-2 (Serie 2000)
(<http://www.kuka-robotics.com>)

Anwendungen

- (Punkt-)Schweißen
- Lackieren/Emaillieren
- Montieren
- Einlegen/Bestücken
- Laserschneiden
- ...

Ziele:

- Genaue Positionsregelung des Endeffektors, d.h. für gegebenes $\lambda > 0$:

$$\forall t \geq t_0: \quad \|e_E(t)\| = \|\mathbf{y}_{\text{ref},E}(t) - \mathbf{y}_E(t)\| \leq \lambda.$$

- Regler: einfach und 'intuitiv' parametrierbar

Starrer Roboter mit n Drehgelenken

Robotermodell (in Gelenkkoordinaten)

$$\left. \begin{aligned} M(\mathbf{y}(t))\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{y}(t), \dot{\mathbf{y}}(t))\dot{\mathbf{y}}(t) + (\mathfrak{F}\dot{\mathbf{y}})(t) + \mathbf{g}(\mathbf{y}(t)) + \mathbf{d}(t) &= \mathbf{u}(t), \\ (\mathbf{y}(0), \dot{\mathbf{y}}(0))^{\top} &= (\mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1)^{\top} \in \mathbb{R}^{2n} \end{aligned} \right\}$$

(ROBOT)

■ Standardannahmen

- $\exists \bar{c}_M, \underline{c}_M > 0 \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : 0 < \underline{c}_M \mathbf{I}_n \leq \mathbf{M}(\mathbf{y}) = \mathbf{M}(\mathbf{y})^{\top} \leq \bar{c}_M \mathbf{I}_n$
- $\exists c_C > 0 \forall \mathbf{y}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n : \|\mathbf{C}(\mathbf{y}, \mathbf{v})\mathbf{v}\| \leq c_C \|\mathbf{v}\|^2$
- $\mathfrak{F} : \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{loc}}^{\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ (kausaler Reiboperator)
- $\exists c_g > 0 \forall \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : \|\mathbf{g}(\mathbf{y})\| \leq c_g$
- $\mathbf{d}(\cdot) \in \mathcal{L}^{\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$ (Störung)
- $\mathbf{u}(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$ (Stellgröße)
- Messgrößen: $\mathbf{y}(\cdot)$ und $\dot{\mathbf{y}}(\cdot)$

■ 'Strukturelle Eigenschaften'

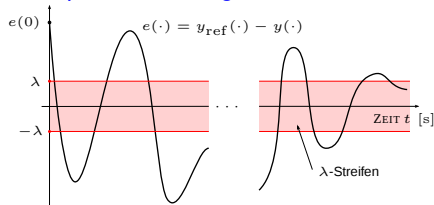
- (strenger) Relativgrad $r = 2$
- positive instantane Verstärkung (positive definite high-frequency gain)
- keine interne Dynamik (minimalphasig)
- 'derivative feedback' zulässig

Warum hochverstärkungsbasierte adaptive Regler?

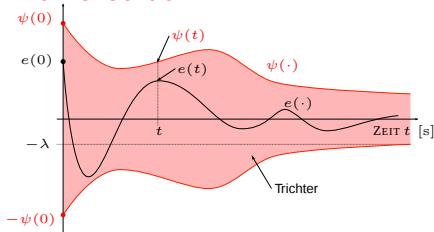
Vielversprechende Vorteile

- 'strukturelle Systemkenntnis' hinreichend (Robustheit)
 - bekannter Relativgrad $r \geq 1$
 - positive instantane Verstärkung (oder bekanntes Vorzeichen)
 - minimalphasig
- Hohe Verstärkungen verhindern 'Stick-Slip'
- Vorgabe der '**asymptotischen Genauigkeit**' möglich

Adaptive λ -Tracking Control



Funnel Control



Hochverstärkungsbasierte adaptive Regler

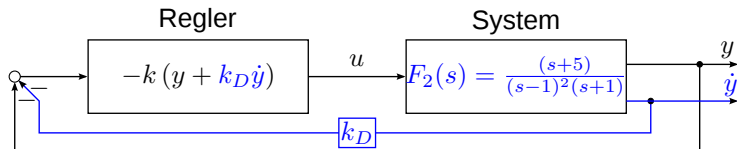
... in der Literatur (für $r > 1$)

- Adaptive λ -Tracking Control
 - mit Kompensator (Ye [1999])
 - mit 'High-Gain Beobachter' (Bullinger & Allgöwer [2005])
- Funnel Control
 - mit Kompensator (Ilchmann et al. [2007])
 - mit Zustandsrückführung (z.B. Ilchmann & Schuster [2009] oder Hackl et al. [2009])
- Nachteile dieser Ansätze
 - komplex (z.B. rekursiver Reglerentwurf mithilfe von 'Backstepping')
 - sehr rauschempfindlich (z.B. $k(t)^7$ für $r = 2$)
 - Vorgabe der transienten Genauigkeit nur für Linearkombination der Zustände



Ansätze **nicht** sinnvoll für Positionieraufgabe

Relativgrad zwei und 'derivative feedback'

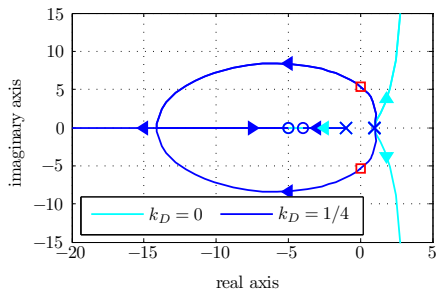


'Strukturelle Eigenschaften' von $F_2(s)$

- Relativgrad (Polüberschuss): $r = 2$
- positive instantane Verstärkung ($\lim_{s \rightarrow \infty} s^2 F_2(s) = 1$)
- minimalphasig (Zähler ist Hurwitz)

$\exists k^* > 0$, so dass Regelkreis stabil für $k_D > 0$ und $k > k^*$

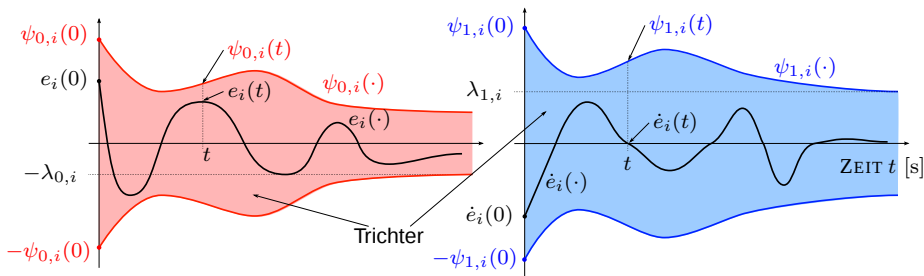
Wurzelortskurve ($\times$ Pol, $\circ$ Nullstelle)



Regelziel

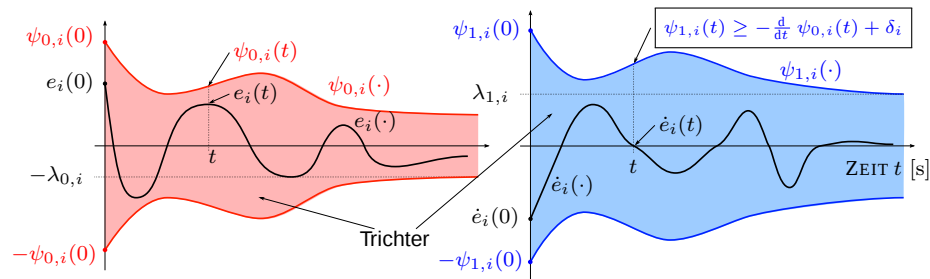
- Vorgabe der **'transienten Genauigkeit'** für jedes Gelenk $i \in \{1, \dots, n\}$:

$$\forall t \geq 0: \quad |e_i(t)| = |y_{\text{ref},i}(t) - y_i(t)| < \psi_{0,i}(t) \quad \text{und} \quad |\dot{e}_i(t)| < \psi_{1,i}(t)$$



- (Gelenk-)Referenzsignal $y_{\text{ref},i}(\cdot) \in \mathcal{W}^{2,\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$
- (Gelenk-)Trichterrand $(\psi_{0,i}(\cdot), \psi_{1,i}(\cdot))$:
 - $|e_i(0)| < \psi_{0,i}(0)$ und $|\dot{e}_i(0)| < \psi_{1,i}(0)$
 - $\psi_{0,i}(\cdot), \psi_{1,i}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}_{>0})$ und global Lipschitz stetig
 - $\exists \delta_i > 0 \forall t \geq 0: \psi_{1,i}(t) \geq -\frac{d}{dt} \psi_{0,i}(t) + \delta_i$

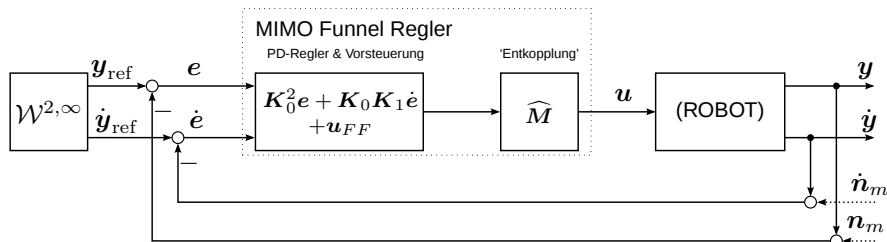
MIMO Funnel Regler



$$\mathbf{u}(t) = \widehat{\mathbf{M}}(\mathbf{y}(t)) \left(\underbrace{\mathbf{K}_0(t)^2 \mathbf{e}(t)}_{\mathbf{P}} + \underbrace{\mathbf{K}_0(t) \mathbf{K}_1(t) \dot{\mathbf{e}}(t)}_{\mathbf{D}} + \mathbf{u}_{FF}(t) \right) \quad (\text{FC}_n)$$

- $\mathbf{K}_0(t) = \text{diag} \{k_{0,1}(t), \dots, k_{0,n}(t)\}$ und $\mathbf{K}_1(t) = \text{diag} \{k_{1,1}(t), \dots, k_{1,n}(t)\}$
- $\forall i \in \{1, \dots, n\}: \quad k_{0,i}(t) = \frac{1}{\psi_{0,i}(t) - |e_i(t)|} \quad \text{und} \quad k_{1,i}(t) = \frac{1}{\psi_{1,i}(t) - |\dot{e}_i(t)|}$
- $\mathbf{u}_{FF}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$

Eigenschaften des Regelkreises



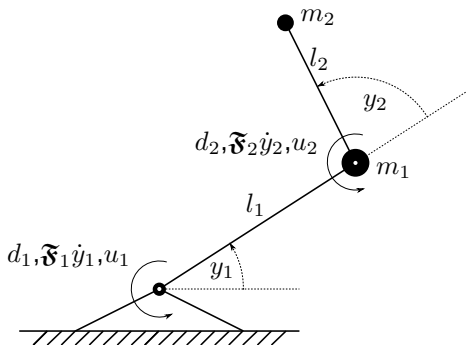
Für

- $\widehat{M}(y) = M(y) \text{ diag} \{ \Delta_1(y), \dots, \Delta_n(y) \}$
- $u_{FF}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$
- $n_m(\cdot) \in \mathcal{W}^{2,\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$ (Messfehler zulässig)

gilt

- $\forall i \in \{1, \dots, n\} \exists \varepsilon_i > 0 \forall t \geq 0: \psi_{0,i}(t) - |e_i(t)| \geq \varepsilon_i \text{ und } \psi_{1,i}(t) - |\dot{e}_i(t)| \geq \varepsilon_i$
- $K_0(\cdot), K_1(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}_{>0}^n)$
- $u(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^n)$

Planarer Roboter (2DOF)

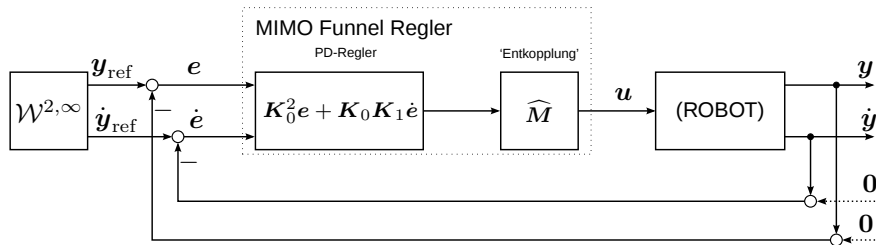


- (Punkt-)Massen m_1, m_2 [kg]
- Länge der Links l_1, l_2 [m]
- Gelenkwinkel $\mathbf{y} := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ [rad]²
- Stellgröße $\mathbf{u} := \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ [Nm]²
- Reibung $\mathfrak{F}\dot{\mathbf{y}} := \begin{pmatrix} \mathfrak{F}_1\dot{y}_1 \\ \mathfrak{F}_2\dot{y}_2 \end{pmatrix}$ [Nm]²
- Störung $\mathbf{d} := \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$ [Nm]²

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{y}(t))\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{y}(t), \dot{\mathbf{y}}(t))\dot{\mathbf{y}}(t) + (\mathfrak{F}\dot{\mathbf{y}})(t) + \mathbf{g}(\mathbf{y}(t)) + \mathbf{d}(t) &= \mathbf{u}(t), \\ (\mathbf{y}(0), \dot{\mathbf{y}}(0))^{\top} &= (\mathbf{0}, \mathbf{0})^{\top} \in \mathbb{R}^4 \end{aligned} \right\}$$

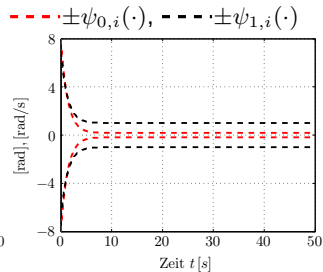
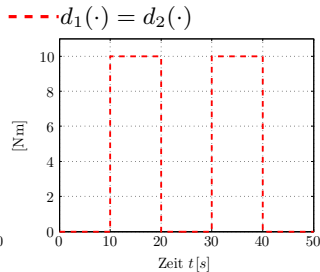
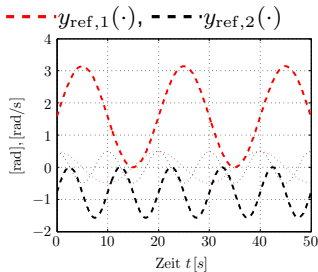
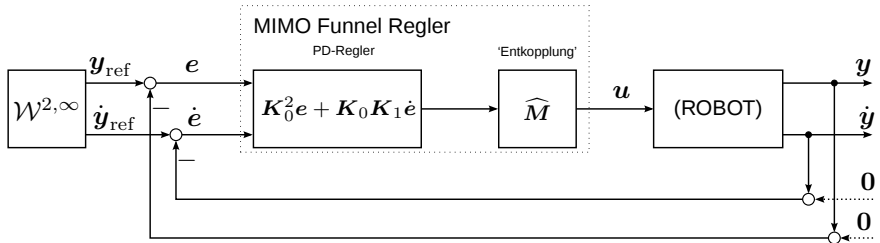
(ROBOT)

Implementierung: Regler



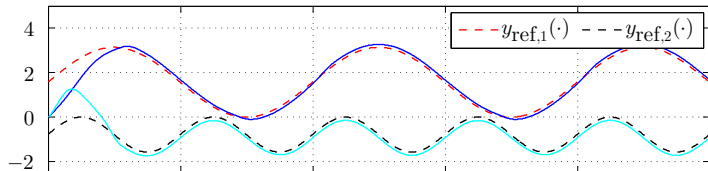
- $$\mathbf{u}(t) = \overbrace{\mathbf{M}(\mathbf{y}(t))}^{\widehat{\mathbf{M}}(\mathbf{y}(t))} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} k_{0,1}(t)^2 & 0 \\ 0 & k_{0,2}(t)^2 \end{bmatrix} \mathbf{e}(t) + \begin{bmatrix} k_{0,1}(t)k_{1,1}(t) & 0 \\ 0 & k_{0,2}(t)k_{1,2}(t) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}(t) \right)$$
- $$\forall i \in \{1, 2\}: \quad k_{0,i}(t) = \frac{\psi_{0,i}(t)}{\psi_{0,i}(t) - |e_i(t)|} \geq 1 \quad \text{und} \quad k_{1,i}(t) = \frac{5\psi_{1,i}(t)}{\psi_{1,i}(t) - |\dot{e}_i(t)|} \geq 5$$
- $$\mathbf{e}(t) = \begin{pmatrix} y_{\text{ref},1}(t) - y_1(t) \\ y_{\text{ref},2}(t) - y_2(t) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{e}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{y}_{\text{ref},1}(t) - \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_{\text{ref},2}(t) - \dot{y}_2(t) \end{pmatrix}$$

Implementierung: Referenz, Störung & Trichterdesign

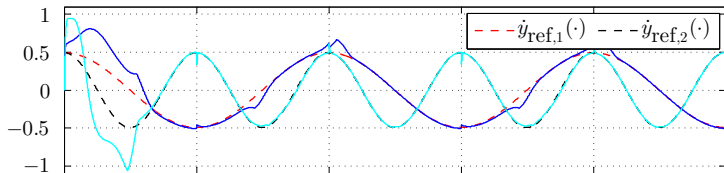


Simulationsergebnisse (Gelenke: — #1, — #2)

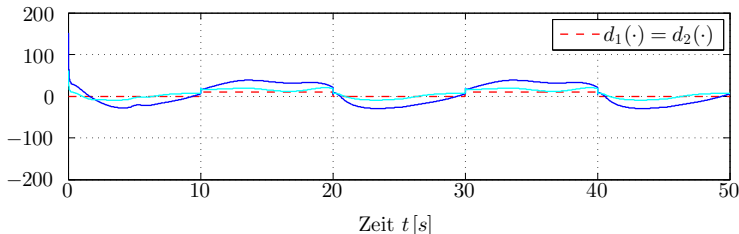
Winkel
 y_1, y_2
 [rad]



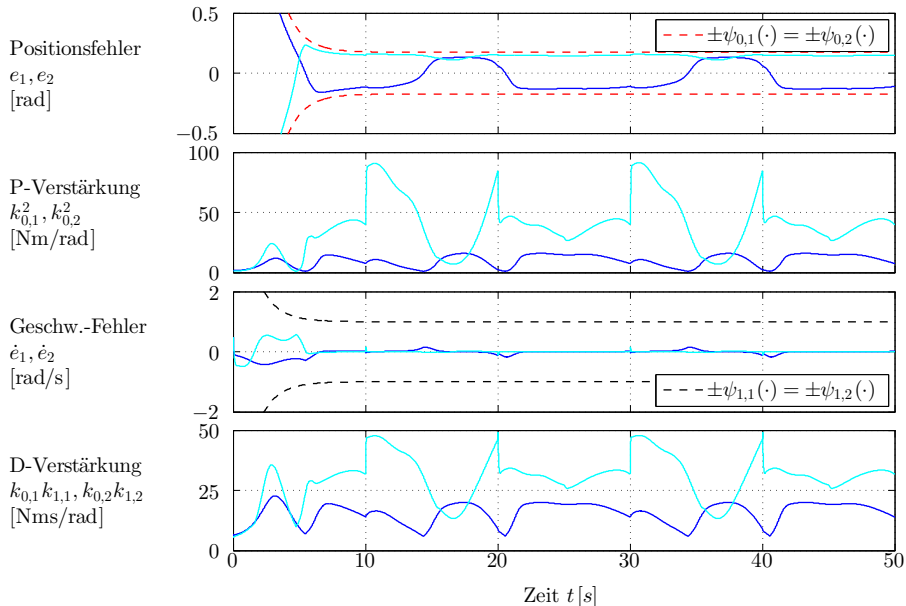
Geschwindigkeit
 $\dot{y}_1, \dot{y}_2$
 [rad]



Moment
 u_1, u_2
 [Nm]



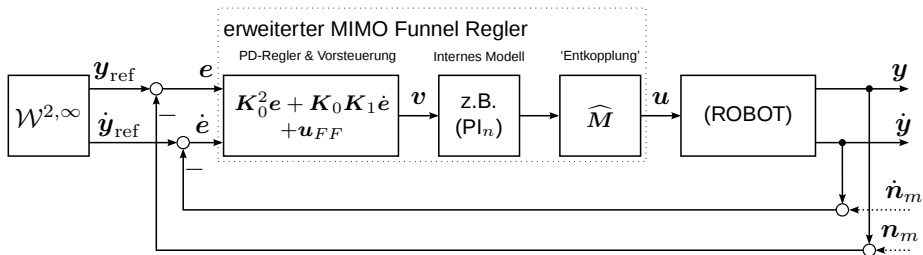
Simulationsergebnisse (Gelenke: — #1, — #2)



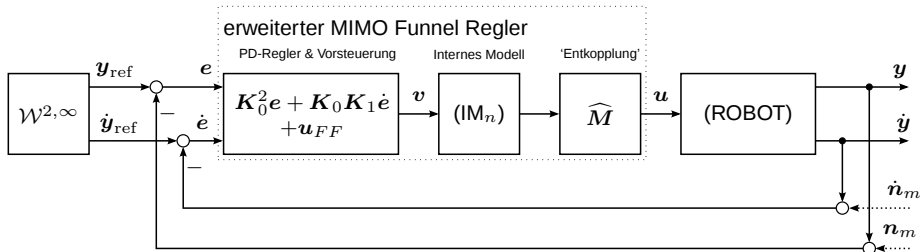
'Funnel control' mit Internem Modell

- $\lim_{t \rightarrow \infty} e_i(t) = 0$ nicht garantiert (da $\psi_{0,i}(t) \geq \lambda_{0,i} > 0$ für alle $t \geq 0$)
- Verwendung eines (linearen) Internen Modells zulässig, sofern
 - Relativgrad null
 - positive instantane Verstärkung
 - steuer- und beobachtbar ($\implies$ minimalphasig)
- 'Standard Internes Modell' in Industrie (SISO):

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_I(t) &= u(t), & x_I(0) &= 0 \\ v(t) &= k_P u(t) + k_I x_I(t) \end{aligned} \right\} \circ \bullet v(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} u(s), \quad k_P, k_I > 0 \quad (\text{PI})$$



Kombination aus Internen Modellen



- Sollwertverlauf der Implementierung (für beide Gelenke)

$$y_{\text{ref},i}: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}, \quad t \mapsto y_{\text{ref},i}(t) := a_i \sin(2\pi f_i t) + b_i, \quad a_i > 0, b_i \neq 0$$

- Interne Modelle (SISO)

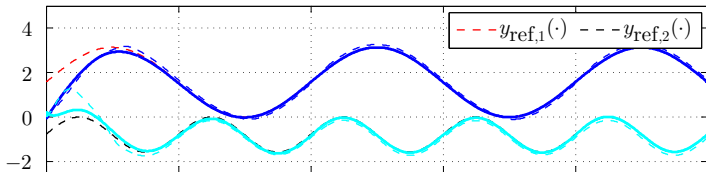
$$F_{PI}(s) = \frac{k_P s + k_I}{s}, \quad k_P, k_I > 0 \quad \text{und} \quad F_{SIN}(s) = \frac{(s + \gamma)^2}{s^2 + (2\pi f_i)^2}, \quad \gamma, f_i > 0$$

- Serielle Verknüpfung (SISO)

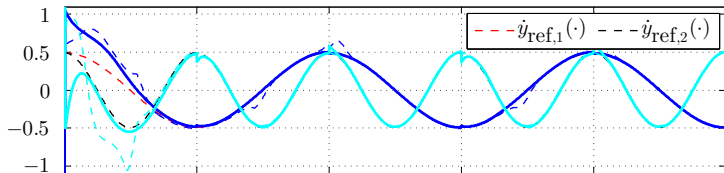
$$F_{IM}(s) = \frac{k_P s + k_I}{s} \cdot \frac{(s + \gamma)^2}{s^2 + (2\pi f_i)^2}, \quad k_P, k_I, \gamma, f_i > 0 \quad (\text{IM})$$

Simulationsergebnisse mit (IM_n) (— #1, — #2)

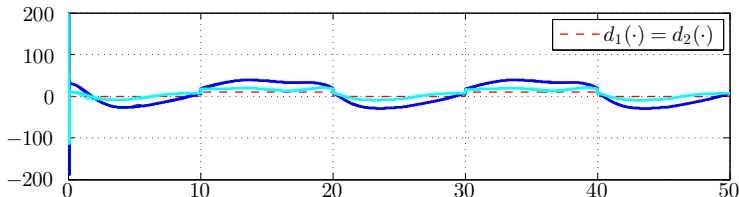
Winkel

 y_1, y_2
[rad]

Geschwindigkeit

 $\dot{y}_1, \dot{y}_2$
[rad]

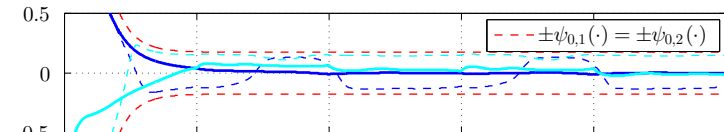
Moment

 u_1, u_2
[Nm]Zeit t [s]

Simulationsergebnisse mit (IM_n) (— #1, — #2)

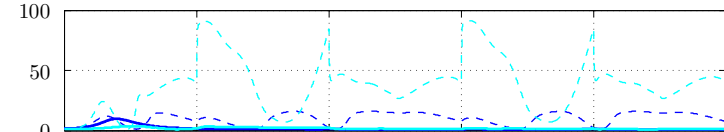
Positionsfehler

e_1, e_2
[rad]



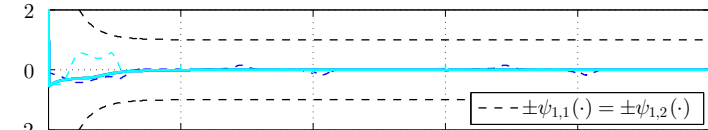
P-Verstärkung

$k_{0,1}^2, k_{0,2}^2$
[Nm/rad]



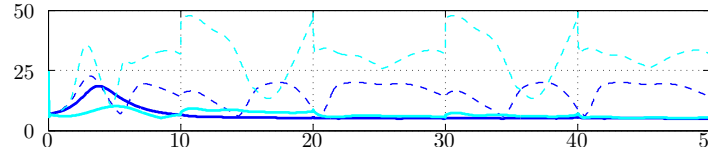
Geschw.-Fehler

$\dot{e}_1, \dot{e}_2$
[rad/s]



D-Verstärkung

$k_{0,1}k_{1,1}, k_{0,2}k_{1,2}$
[Nms/rad]



Zeit t [s]

Zusammenfassung und offene Fragen

Vorgestellte Ergebnisse:

- einfacher, zeit-varianter (adaptiver) PD Funnel Regler
- Vorgabe der **'transienten Genauigkeit'** für **jedes** Gelenk möglich
- Messfehler oder -rauschen zulässig
- **keine** Kompensation von
 - Reibung
 - Störungen (unbekannt aber beschränkt)
 - Coriolis- oder Schwerkrafteinflüssen
- Trägheitsmatrix muss **'strukturell' bekannt** sein
- Verwendung von Internen Modellen zulässig und vorteilhaft

Offene Fragen (u.a.):

- real anwendbar ?
- Stellgrößenbeschränkungen (z.B. 'Windup'-Problematik) ?
- 'Funnel control' von
 - starren Drehgelenkrobotern **ohne** Kenntnis der Trägheitsmatrix ?
 - elastischen Drehgelenkrobotern **mit/ohne** Kenntnis der Trägheitsmatrix ?
(*'optimale Vorsteuerung'* zur Bedämpfung der Schwingungen ?)

Literatur



X. Ye.

Universal λ -tracking for nonlinearly-perturbed systems without restrictions on the relative degree.
Automatica, 35(1):109–119, 1999.



E. Bullinger and F. Allgöwer.

Adaptive λ -tracking for nonlinear higher relative degree systems.
Automatica, 41:1191–1200, 2005.



A. Ilchmann, E. Ryan, and P. Townsend.

Tracking with prescribed transient behaviour for nonlinear systems of known relative degree.
SIAM Journal on Control and Optimization, 46(1):210–230, 2007.



A. Ilchmann and H. Schuster.

PI-Funnel Control for Two Mass Systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 54(4):918–923, 2009.



C. M. Hackl, C. Endisch and D. Schröder.

Contributions to non-identifier based adaptive control in mechatronics.
Robotics and Autonomous Systems, 57(10):996–1005, 2009.



C. M. Hackl.

High-gain adaptive position control.
International Journal of Control, 84(10):1695–1716, 2011.



C. M. Hackl and R. M. Kennel.

Position funnel control for rigid revolute joint robotic manipulators with known inertia matrix.
Proceedings of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation (Barcelona, Spain), p. 615–620, 2012.



C. M. Hackl.

Contributions to high-gain adaptive control in mechatronics.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme & Leistungselektronik, Technische Universität München, Deutschland, 2012.