

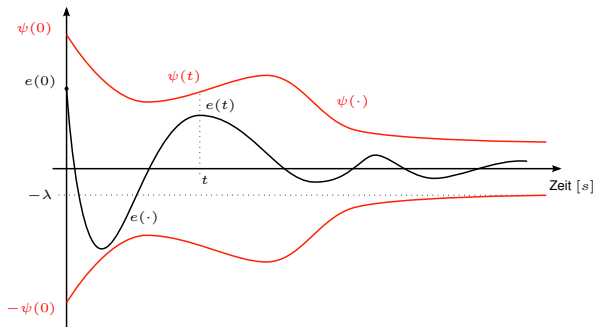
Funnel Control für mechatronische Systeme mit Relativgrad 2

Christoph Hackl

Technische Universität München
Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik

Elgersburg Workshop, 01.03.2010

Funnel Control (Relativgrad 1)



► Regelgesetz

$$u(t) = \underbrace{\frac{1}{\psi(t) - |e(t)|}}_{=:k(t)} e(t) \quad \text{mit} \quad e(t) = y_{\text{ref}}(t) - y(t)$$

wobei $y_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$ und $y_{\text{ref}}(\cdot), \dot{y}_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$

► Vorgabe der 'transienten Genauigkeit' durch Trichterrand $\psi(\cdot)$

Zulässige Systemklasse

Strukturelle Kenntnis notwendig:

- ▶ Relativgrad eins
- ▶ stabile Nulldynamik (oder minimalphasig)
- ▶ bekanntes Vorzeichen der instantanen Verstärkung

Beispiel: LTI SISO System in Byrnes-Isidori Form

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2^\top \\ a_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

mit $y(t) \in \mathbb{R}$ und $z(t) \in \mathbb{R}^{n-1}$.

Motivation für höhere Relativgrade

- ▶ ‘Relativgrad eins’ sehr restriktiv
- ▶ Mechatronische Systeme besitzen meist höheren Relativgrad (z.B. bei Positionierungsaufgaben)
- ▶ $u(t) = k(t) e(t)$ nicht sinnvoll für Relativgrad 2

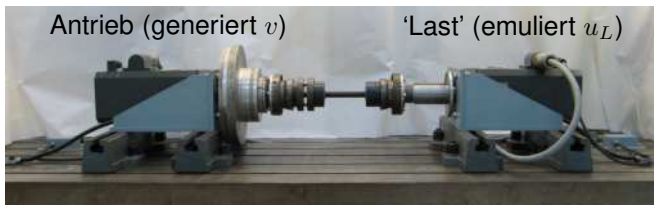
Beispiel:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t), \quad (y(0), \dot{y}(0)) \neq (0, 0)$$

mit $u(t) = -k y(t)$ wobei $k > 0$

$$\text{Pole: } s_{1,2} = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4k} \right) \in \mathbb{C}_+ \quad \forall k > 0$$

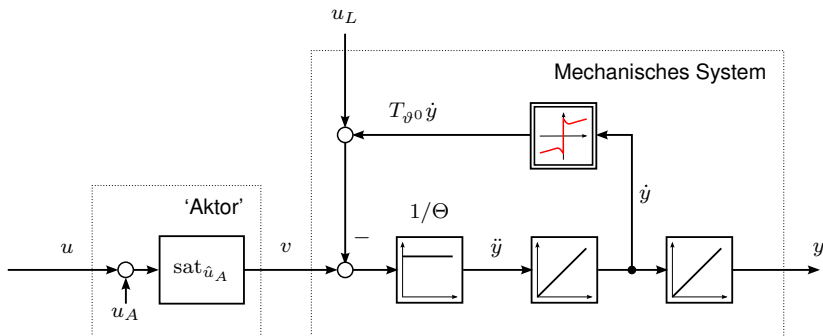
Positionsregelung eines (rotatorischen) Systems



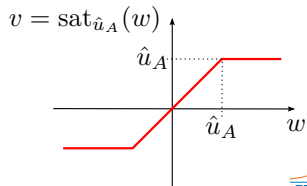
$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\Theta} \end{pmatrix} (v(t) - u_L(t) - (T_{\vartheta^0} x_2)(t)),$$

- ▶ Position $y(t)$ (Winkel),
- ▶ Antriebsmoment $v(t)$,
- ▶ Trägheitsmoment $\Theta > 0$,
- ▶ Last $u_L(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$ und
- ▶ Reibung $T_{\vartheta^0} : \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$

Vereinfachtes Aktor-Modell

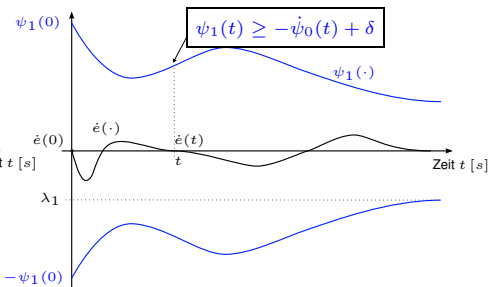
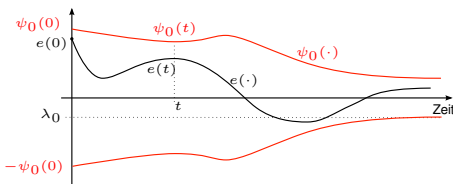


- ▶ Aktordynamik vernachlässigbar
- ▶ Störung $u_A(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$ und
- ▶ Sättigung $\text{sat}_{\hat{u}_A}(\cdot)$ mit $\hat{u}_A > 0 [Nm]$.



Positionsregelung mit Funnel Control (Relativgrad 2)

► Zwei Trichter:



► Regelgesetz:

$$u(t) = k_0(t)^2 e(t) + k_1(t) \dot{e}(t),$$

$$\text{mit } e(t) = y_{\text{ref}}(t) - y(t) \quad \text{und} \quad k_i(t) = \frac{1}{\psi_i(t) - |e^{(i)}(t)|}, \quad i = 0, 1$$

wobei $y_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$, $y_{\text{ref}}(\cdot), \dot{y}_{\text{ref}}(\cdot), \ddot{y}_{\text{ref}}(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R})$

Machbarkeitsbedingung für Positionsregelung

- hinreichend und (sehr) konservativ:

$$\hat{u}_A > (M + L) \Theta \quad [Nm]$$

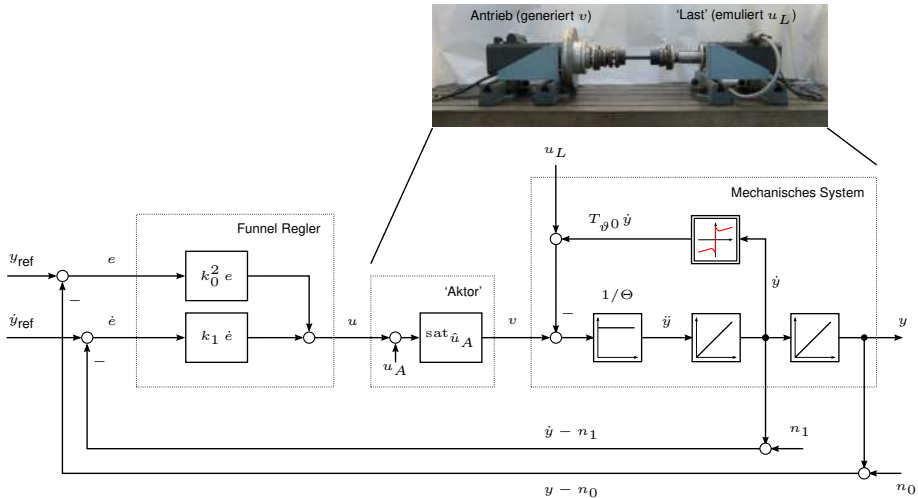
mit:

$$M := \|\ddot{y}_{\text{ref}}\|_{\infty} + \frac{1}{\Theta} (\|u_L\|_{\infty} + \sup \{ \|T_{\vartheta 0}\|_{\infty} \mid \Omega \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}, \mathbb{R}) : \|\Omega\|_{\infty} < \|\psi_1\|_{\infty} \}).$$

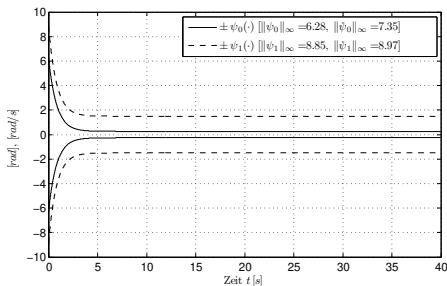
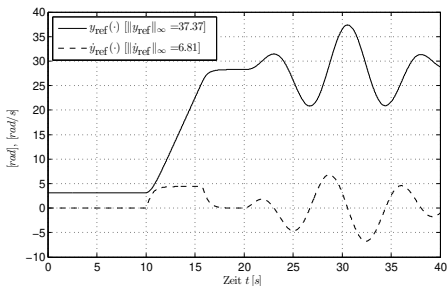
und

$$L := \max \left\{ \frac{3}{2} \|\dot{\psi}_1\|_{\infty}, \frac{(\|\psi_1\|_{\infty} + \|\dot{\psi}_0\|_{\infty})^2}{\lambda_0/2}, \frac{(\|\psi_1\|_{\infty} + \|\dot{\psi}_0\|_{\infty})^2}{\psi_0(0) - |e(0)|}, \right. \\ \left. \frac{(\|\psi_1\|_{\infty} + \|\dot{\psi}_0\|_{\infty})^4}{1/\Theta \lambda_0} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 \left(\frac{1}{\Theta}\right)^2 \lambda_0 \left(\frac{M}{1/\Theta} + \|u_A\|_{\infty} + \frac{2\|\psi_1\|_{\infty}}{\delta}\right)}{(\|\psi_1\|_{\infty} + \|\dot{\psi}_0\|_{\infty})^4}} \right] \right\},$$

Implementierung am Versuchsstand (Regelkreis)



Referenz- und Trichterwahl für Implementierung

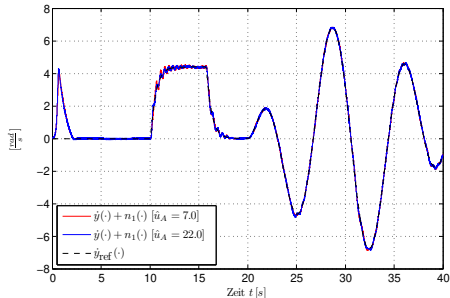
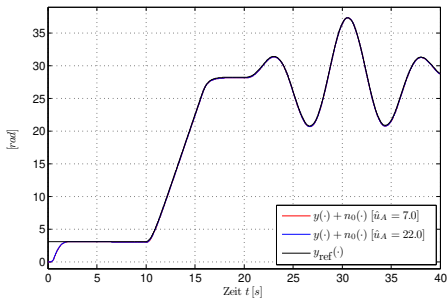


Machbarkeitsbedingung:

$$M = 10.61 \text{ [rad/s}^2\text{]}, \quad L = 1.81 \cdot 10^5 \text{ [rad/s}^2\text{]},$$

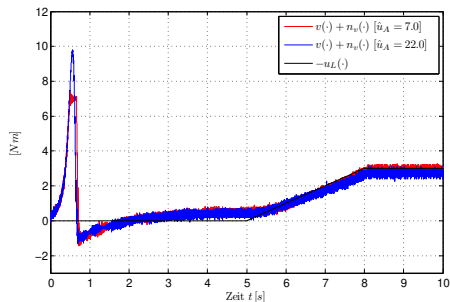
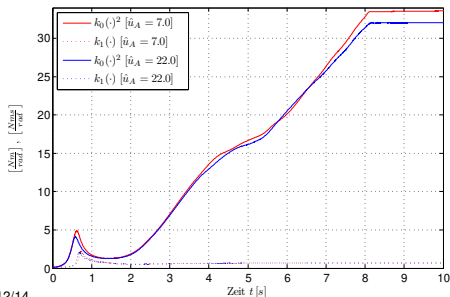
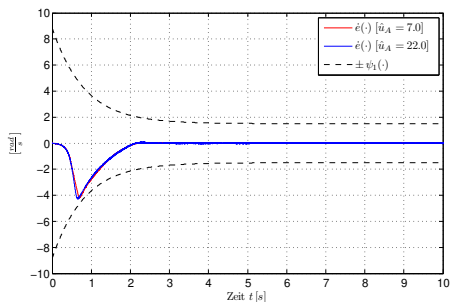
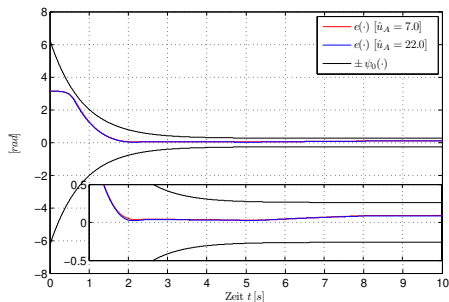
$$\hat{u}_A > (M + L) \Theta \geq 6.17 \cdot 10^4 \text{ [Nm]} \quad \text{unrealistisch!}$$

Messergebnisse der Implementierung (‘Fest- und Folgewertregelung’)

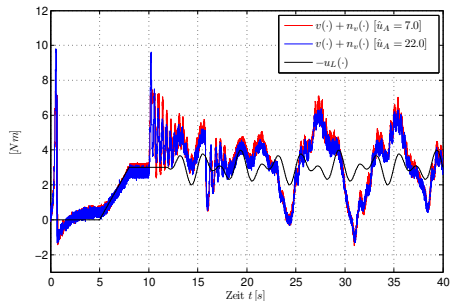
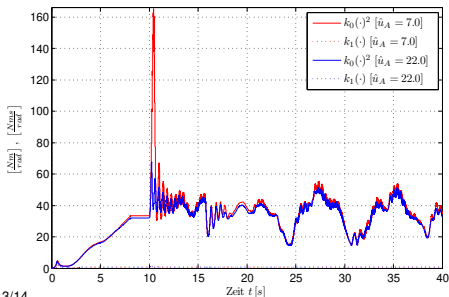
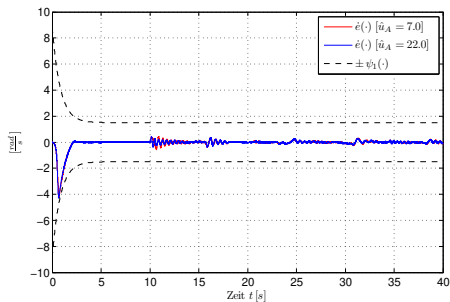
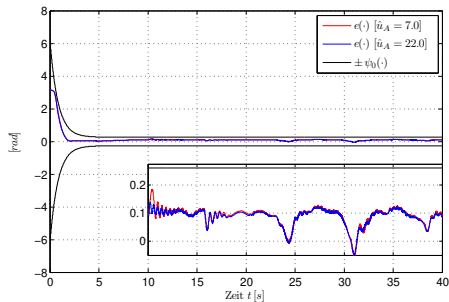


- ▶ $\hat{u}_A = 22$ [Nm] maximal zulässiges Antriebsmoment
- ▶ $\hat{u}_A = 7.0$ [Nm] notwendiges Antriebsmoment für Funnel Control

Messergebnisse ('Festwertregelung')



Messergebnisse ('Folgewertregelung')



Zusammenfassung und Ausblick

- ▶ Bisherige Ergebnisse
 - ▶ Funnel Control anwendbar für Positionieraufgaben (Relativgrad 2)
 - ▶ Funnel Control mit Sättigung ist möglich
(hinreichende Bedingung (sehr) konservativ)
- ▶ Zukünftige Versuche
 - ▶ Reduktion der Schwingungen
 - ▶ Erzielen stationärer Genauigkeit (zumindest bei Festwertregelung)
 - ▶ Übertragung der Ergebnisse auf Zwei-Massen-System
 - ▶ Erweiterung des Konzeptes auf starre Roboter